



Département de la formation, de
la jeunesse et de la culture

GyPAd

Gymnase Pour Adultes

**Examen complémentaire passerelle
vers les Hautes écoles universitaires**

MATHÉMATIQUES

9 juin 2021

17h00 - 20h00

Nom / Prénom :

Classe :

Nombre de points obtenus : / 50

Note :

Matériel autorisé :

- Formulaires et Tables (CRM) non annoté.
- Calculatrice autorisée : TI-30 ECO RS, TI-30 XIIS, CASIO FX-82 SOLAR, CASIO FX-82 SOLAR II ou CASIO FX-85ES
- Règle, équerre, rapporteur, compas, gomme, crayon, stylo ou plume.

Consignes générales :

- Inscrire son nom et prénom sur chaque feuille.
- Une présentation soignée est demandée.
- **Résoudre chaque exercice sur un livret indépendant.** Si vous refaites tout ou une partie d'un exercice, biffer clairement tout ce qui n'est pas à corriger !

Exercice I**22 pts**

Soit la fonction f donnée par :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 18$$

1. Faire un tableau de valeur de f pour tous les nombres entiers $x \in [-3; 3]$, puis placer les points (sans les relier) dans un système d'axes.

Sur une **feuille quadrillée** simple dite de brouillon, orientée **verticalement (portait)**, placer l'origine O du repère Oxy **au centre** de la feuille, prendre **1 unité = 4 carrés** sur l'axe Ox et prendre **2 unités = 1 carré** sur l'axe Oy .

2. Déterminer la parité de f .
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection du graphe de f avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
4. Étudier le signe de f .
5. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
6. Cette fonction possède-t-elle des asymptotes horizontales ? Si oui, donner leurs équations.
7. Montrer que la dérivée première peut s'écrire :

$$f'(x) = 6(x + 1)(x - 2) .$$

8. Établir le tableau de croissance de f , puis déterminer la nature (min, max) et les coordonnées des éventuels extrema.
9. Établir le tableau de convexité de f et déterminer les coordonnées des éventuels points d'inflexion.
10. Sur la base des résultats obtenus précédemment, compléter le graphe de la fonction f en y ajoutant les points calculés et en reliant judicieusement tous les points.
11. Calculer l'aire géométrique de la surface comprise entre la courbe $y = f(x)$ et l'axe des abscisses, la droite d'équation $x = -2$ et la droite d'équation $x = 2$. Hachurer cette aire sur la représentation graphique du point précédent.

Exercice 2**18 pts**

En **géométrie plane**, on donne le cercle Γ d'équation

$$\Gamma_1 : x^2 + y^2 - 2x + 2y - 98 = 0.$$

1. Réaliser une figure soignée des éléments donnés et la compléter au fur et à mesure de la résolution du problème avec les éléments calculés.

*Sur une feuille **quadrillée** dite de brouillon, orientée **verticalement (portrait)**, placer l'origine **au centre** de la feuille et prendre **1 unité = 1 carré** sur chaque axe. Les réponses aux questions suivantes doivent être apportées par calcul, la figure servant d'aide, mais non de preuve.*

2. Vérifier que le cercle Γ_1 a son centre au point $C(1; -1)$ et le rayon $r_1 = 10$.
3. Montrer que le point $A(1; 9)$ appartient au cercle Γ_1 .
4. Soit le point $E(-3; 7)$. Déterminer la norme du vecteur \overrightarrow{EA} .
5. En déduire l'équation du cercle Γ_2 de centre $E(-3; 7)$ et de rayon $r_2 = \|\overrightarrow{EA}\|$.
6. Calculer les coordonnées du point B telles que $\overrightarrow{EA} = -\overrightarrow{EB}$, et vérifier que B appartient aux deux cercles Γ_1 et Γ_2 .
7. Vérifier que l'équation de la tangente t au cercle Γ_2 passant par le point A est $t : 2x + y = 11$.
8. Soit A et D les points d'intersection entre la droite t et le cercle Γ_1 . Calculer les coordonnées du point D .
9. Prouver que les points B , C et D sont alignés.
10. Calculer l'angle \widehat{ACE} .
11. Calculer les coordonnées du point F , milieu du segment $[AD]$.
12. Déterminer l'équation de la médiatrice m du segment $[AD]$.

Exercice 3

13 pts

Le système *ABO* permet de déterminer quatre groupes sanguins selon la présence ou non de deux antigènes, *A* et *B*, à la surface des globules rouges. Les humains, selon qu'ils possèdent l'antigène *A*, l'antigène *B*, les deux, ou aucun des deux, sont ainsi classés respectivement dans le groupe sanguin *A*, *B*, *AB* ou *O*.

Le système *Rhésus* (ou *RHD*) détermine quant à lui, selon la présence ou l'absence de l'antigène *D* sur les globules rouges, si un individu est respectivement *Rhésus positif* (+) ou *Rhésus négatif* (-).

La combinaison des deux systèmes permet le classement en 8 groupes sanguins : *A+*, *A-*, *B+*, *B-*, *AB+*, *AB-*, *O+* et *O-*.

Les personnes étant du groupe sanguin *O-* sont appelées *donneurs universels* car leur sang peut être donné à tous.

Les parties A et B ci-dessous sont indépendantes. Elles peuvent être traitées dans l'ordre que vous souhaitez.

PARTIE A :

Dans un grand pays, 42% des habitants sont du groupe sanguin *O*. Parmi ceux-ci, $\frac{1}{7}$ sont Rhésus négatif. Parmi tous ceux qui ne sont pas du groupe sanguin *O*, 18% sont Rhésus négatif.

1. Faire un arbre de probabilité de la situation en précisant les probabilités sur chaque branche.
2. Quelle est la probabilité qu'un habitant de ce pays choisi au hasard soit donneur universel ?
3. Quelle est la probabilité qu'un habitant de ce pays choisi au hasard soit Rhésus négatif ?
4. Sachant qu'un habitant de ce pays est Rhésus négatif, quelle est la probabilité qu'il soit un donneur universel ?
5. Si on choisit au hasard deux habitants de ce pays, quelle est la probabilité qu'au moins un des deux soit donneur universel ?

PARTIE B :

D'un sondage réalisé auprès de 300 étudiants et 40 enseignants d'un gymnase, il ressort que 5% des sondés sont donneurs universels, et que parmi ceux-ci ne s'y trouve qu'un seul enseignant. L'expérience aléatoire consiste à choisir au hasard une personne dans ce gymnase.

1. Si cette personne est un étudiant, quelle est la probabilité qu'elle soit donneur universel ?
2. Les événements "la personne choisie est un étudiant" et "la personne choisie est donneur universel" sont-ils indépendants ? *Justifier mathématiquement votre réponse.*
3. Les événements "la personne choisie est un étudiant" et "la personne choisie est un enseignant" sont-ils indépendants ? *Justifier mathématiquement votre réponse.*